

УДК 531.355

С. А. Борисевич, ассистент (БГТУ);**А. Н. Камлюк**, кандидат физико-математических наук, доцент (КИИ);**Д. В. Ребко**, курсант (КИИ)

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЮ КРОНЫ ДЕРЕВА

Разработана методика определения сопротивления кроны дерева при его движении. Проведен натурный эксперимент, из которого получены время падения и формы упругой линии ствола дерева во время движения. Выполнено численное моделирование движения ствола дерева. На основании сопоставления данных натурального и численного экспериментов получено значение коэффициента сопротивления кроны дерева в предположении, что сопротивление линейно по скорости движения.

The method for determining the resistance of the moving tree crown was developed. The field experiment was carried out and the fall time and the form of the elastic line of a falling tree stem were obtained during the field experiment. The numerical experiment for the tree model was performed. A comparison of experiments and numerical results gave the coefficient of resistance of the tree crown assuming the linear dependence of the resistance force on the velocity.

Введение. Исследования по определению сопротивления кроны дерева при его падении, а также влиянию ветра на крону дерева имеет важное практическое значение. Результаты таких исследований позволят прогнозировать движение дерева как объекта труда при валке деревьев. Моделирование протекания воздуха сквозь крону одиночного дерева или лесного массива требует задания коэффициента сопротивления. В связи с отсутствием данных об этом коэффициенте возникла необходимость в проведении экспериментальных работ по их определению для последующего использования в численном моделировании.

В ряде работ рассчитывался коэффициент сопротивления отдельных элементов кроны дерева (сучьев или веток) (см., например, [1]). В работе [1] исследовались коэффициенты сопротивления элемента кроны кедровой сосны при квадрате скорости обтекания средой. Была получена сложная зависимость в виде полинома пятого порядка по скорости со знакопеременными слагаемыми. Однако если перейти к коэффициенту сопротивления при первой степени скорости (то есть умножить квадратичный коэффициент сопротивления элемента кроны на скорость его движения, при которой коэффициент найден), получим результат, отличающийся от константы на величину порядка погрешности эксперимента. Это говорит о том, что зависимость силы сопротивления от скорости можно принимать линейной.

В данной работе определялся коэффициент сопротивления кроны как целого. Для этого был проведен натурный эксперимент, на основании которого получены упругие линии ствола дерева в различные моменты времени. Затем на базе математической модели путем динамического моделирования получены теоретические упругие линии ствола дерева. Коэффици-

ент сопротивления подбирался из условия совпадения упругих линий ствола дерева в любой момент времени в натурном и численном эксперименте.

Натурный эксперимент. Эксперимент проводился в Минском государственном производственном лесохозяйственном объединении ГЛХУ «Стародорожский лесхоз». После срезания и сталкивания вальщиком дерево свободно падает. После падения была измерена длина и диаметр у основания каждого дерева. По измеренным длине ствола и диаметру у основания, при известной плотности древесины, получена масса ствола дерева. Падение каждого дерева было снято на видеокамеру. По результатам видеосъемки получены фотографии падающих деревьев через каждую секунду после начала падения. На рис. 1 представлены осевые линии ствола дерева через каждую секунду от момента падения дерева для одного из экспериментов.

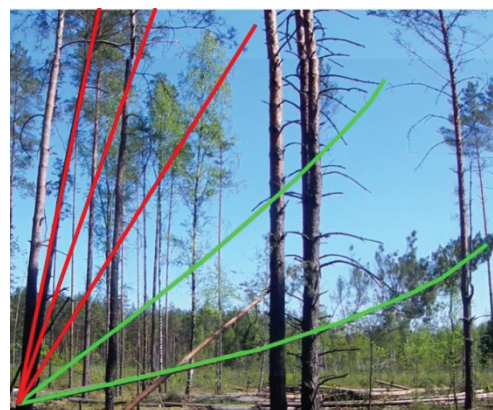


Рис. 1. Фотографии падающего дерева через каждую секунду после начала движения

Для исследования сопротивления кроны дерева необходим численный эксперимент, используя который можно получить упругие линии ствола

дерева в различные моменты времени. Сопоставляя формы упругой линии в численном и натурном эксперименте, можно решить поставленную задачу. Рассмотрим численный эксперимент.

Численный эксперимент. В данной работе используется модель ствола дерева в виде цепочки жестких звеньев, соединенных упругими шарнирами. Звенья представляют собой цилиндры, диаметры которых меняются от основания ствола к вершине. Составление уравнений движения для данной модели и алгоритм интегрирования полученных уравнений движения подробно рассмотрены в работах [2, 3]. Следует отметить, что численная модель, представленная на рис. 2, широко используется для изучения динамики длинных гибких нитей в потоке жидкости [4].

Силу сопротивления воздуха, действующую на крону дерева, полагали линейной по скорости

$$\mathbf{F}_k = -\beta_k \mathbf{v}_{Ck},$$

где β_k – коэффициент сопротивления, действующий на k -й стержень; \mathbf{v}_{Ck} – вектор скорости центра масс k -го стержня.

При линейной зависимости силы сопротивления от скорости для вычисления обобщенной силы сопротивления удобно ввести диссипативную функцию Релея Φ :

$$\Phi = \sum_{i=1}^n \beta_k \frac{v_{Ck}^2}{2}.$$

Тогда обобщенная сила сопротивления Q_k может быть записана в виде

$$Q_k = -\frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}_k}.$$

Дифференциальные уравнения движения модели следуют из уравнений Лагранжа:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_k} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi_k} = -\frac{\partial \Pi}{\partial \varphi_k} - \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{\varphi}_k} \quad (k = 1, 2, \dots, n),$$

где φ_k – обобщенные координаты (углы поворота цилиндров).

В результате получили систему дифференциальных уравнений второго порядка, линейную по угловым ускорениям элементов, но сильно нелинейную по самим обобщенным координатам, которую, ввиду ее чрезвычайной громоздкости, не выписываем. Полученная система дифференциальных уравнений движения будет иметь вид

$$\sum_{k=1}^n b_{ik}(\varphi, \dot{\varphi}) \ddot{\varphi}_k = B_i(\varphi, \dot{\varphi}) \quad (k = 1, 2, \dots, n). \quad (1)$$

Решением системы уравнений (1) будет являться матрица-столбец обобщенных координат $\varphi = (\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n)^T$.

Полученные для модели уравнения движения содержат неизвестный коэффициент сопротивления β_k . Его невозможно получить аналитически и довольно трудно измерить экспериментально.

В данной работе коэффициенты β_k принимали отличными от нуля для нескольких последних стержней модели в соответствии с расположением кроны дерева (что соответствует натурному эксперименту) и считали, что их значения распределены по треугольному закону со значением β_{\max} у основания треугольника и нулевым значением на верхнем конце ствола. Ось вращения первого от основания стержня проходит через кромку среза, то есть сбрасывание дерева с пня при движении не происходит.

Помимо неизвестного коэффициента сопротивления β_{\max} при моделировании процесса падения дерева неизвестной является начальная угловая скорость падения дерева ω_0 , которую ему придают вальщики. Начальную угловую скорость получим из экспериментальных данных. Очевидно, что в первые несколько секунд движения дерева его угловая скорость незначительна. Следовательно, незначительно влияние сил сопротивления, действующих на крону, о чем говорит прямолинейная форма ствола дерева. Подбирались значения начальной угловой скорости так, чтобы в течение первой секунды положение осевой линии модели совпадало с осевой линией ствола дерева в натурном эксперименте.

Уравнения движения модели (1) решались численно, с помощью пакета *Maple 11*. Угловые ускорения из системы находились при помощи метода Ньютона – Рафсона по итерационной формуле [5]. Численное интегрирование уравнений движения производилось с помощью модификации базовой схемы Верле, так называемой полушаговой «*leap-frog*» схемы [6]. Шаг по времени принимался равным $\Delta t = 0,001$ с, ствол дерева разбивался на 20 частей. Геометрические параметры ствола дерева для расчетов принимались из экспериментальных данных, модуль упругости древесины – $E = 1,2 \cdot 10^{10}$ Па, плотность древесины $\rho = 780$ кг/м³.

В результате интегрирования уравнений движения можно получить формы осевой линии ствола дерева в процессе его движения и время падения. Далее коэффициент сопротивления β_{\max} необходимо подобрать таким образом, чтобы осевая линия в численном и натурном экспериментах совпадали в любой момент времени. Таким образом, сопоставляя экспериментальные данные о времени падения и форме упругой линии ствола дерева с результатами моделирования данного процесса, можно определить границы изменения этого коэффициента.

Пример расчета. Приведем пример расчета для сосны с диаметром у основания $d = 40$ см и высотой $l = 25$ м (рис. 1). Выполняя для видеосъемки эксперимента посекундную раскадровку, получим фотографии падающего дерева через каждую секунду от момента начала падения.

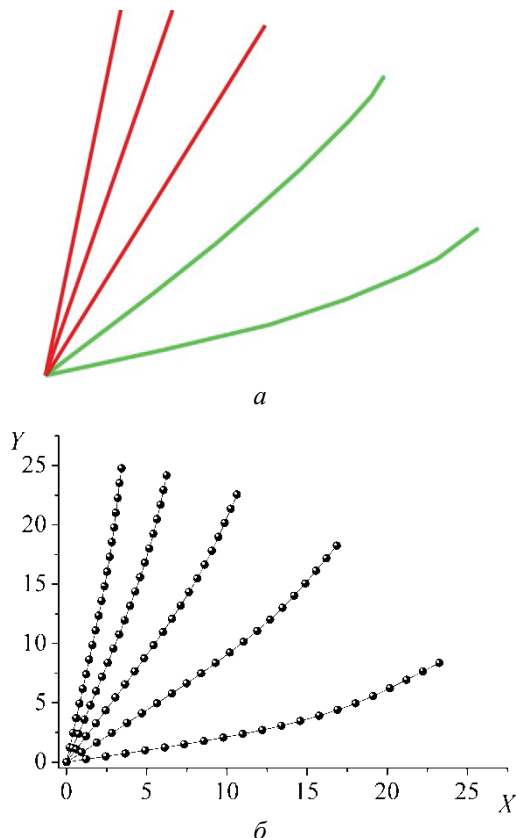


Рис. 2. Результаты экспериментов для одного дерева:
а – натурального; б – численного

Из фотографий найдем экспериментальную упругую линию ствола дерева при его падении (рис. 2, а). Затем выполним для того же дерева численный эксперимент, изменяя коэффициент сопротивления до тех пор, пока упругая линия ствола дерева в натурном и численном экспериментах не совпадут в любой момент времени

(рис. 2, б). В результате расчетов получили величину начальной угловой скорости, равной $\omega_0 = 0,07$ рад/с, и коэффициент сопротивления кроны дерева $\beta_{\max} = 100$ кг/с.

Заключение. Таким образом, в статье разработана методика определения коэффициента сопротивления кроны одиночного дерева при его движении. На основании данной методики можно получить коэффициенты сопротивления для крон деревьев различных пород. Полученные значения позволят учесть влияние кроны дерева при ручной и машинной валке деревьев.

Литература

1. Орлов, С. А. Исследование коэффициента сопротивления элементов кроны кедровой сосны / С. А. Орлов, Л. А. Шрагер // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. – 2011. – № 2 (14). – С. 103–110.
2. Борисевич, С. А. Модель гибкого стержня в трехмерном пространстве и ее применение для описания динамики падения ствола дерева / С. А. Борисевич, А. Н. Камлюк // Весці АН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. – 2012. – № 2. – С. 69–74.
3. Борисевич, С. А. Конечно-разностная схема для исследования падения ствола дерева / С. А. Борисевич // Труды БГТУ. Сер. II, Лесная и деревообрабатывающая промышленность. – 2008. – Вып. XVI. – С. 104–107.
4. Wang, G. Optimization of the rod chain model to simulate the motions of a long flexible fiber in simple shear flows / G. Wang, W. Yu, C. Zhou // European Journal of Mechanics B. – 2006. – Vol. 25, No. 3. – P. 337–347.
5. Дэннис, Дж. Численные методы безусловной оптимизации и решения нелинейных уравнений / Дж. Дэннис, Р. Шнабель. – М.: Мир, 1988. – 440 с.
6. Allen, M. P. Computer Simulation of Liquids / M. P. Allen, D. J. Tildesley. – Oxford.: Clarendon press, 1999. – 385 p.

Поступила 02.03.2013